

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید.

- ۱- دوره تناوب تابع $y = \sin 5x$ برابر $T = \frac{\pi}{5}$ است. (.....)
- ۲- بیشترین مقدار تابع $y = -2 \cos(2\pi x)$ برابر با یک است. (.....)
- ۳- دامنه تابع $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan x$ برابر R است. (.....)
- ۴- جواب های معادله $\cos x = 1$ و $\sin x = 0$ با هم برابر هستند. (.....)
- ۵- دوره تناوب $y = \tan(x)$ برابر 2π است. (.....)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

- ۱- بیشترین مقدار تابع $y = 2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2x - 1)$ برابر با است.
- ۲- دوره تناوب $y = -1 + 3 \cos(\frac{\pi}{\sqrt{2}} - 3x)$ برابر با است.
- ۳- اگر a جوابی برای معادله $\cos x = a$ باشد، آن گاه جواب های کلی این معادله و می باشند.
- ۴- اگر a جوابی برای معادله $\sin x = a$ باشد، آن گاه جواب های کلی این معادله و می باشند.

به سوالات زیر پاسخ کامل دهید.

- ۱- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم هریک از توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $y = 3 \sin(2x) - 2$

ب) $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x)$

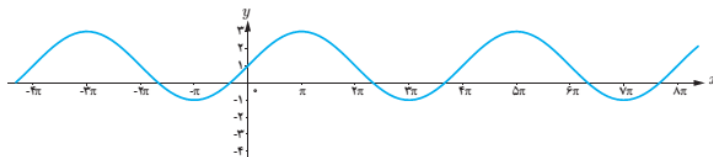
پ) $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\left(-\frac{3x}{\sqrt{2}}\right) + 1$

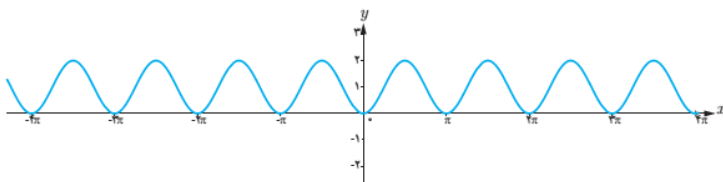
ت) $y = -\sin\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}} x\right)$

ث) $y = -\sin(x) + 4$

ج) $y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$

- ۲- با توجه به شکل های زیر، ضابطه تابعی به شکل $y = a \sin(bx) + c$, $y = a \cos(bx) + c$ بنویسید.





(ب)

۱۳- ضابطه تابعی به شکل $y = a \sin(bx) + c$, $y = a \cos(bx) + c$ بنویسید که دوره تناوب و می نیمم و ماکزیمم آن برابر مقادیر زیر باشد:

الف) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -2$, $max = 4$ ب) $T = 6$, $min = 1$, $max = 7$

پ) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -1$, $max = 1$ ت) $T = \frac{\pi}{2}$, $min = -8$, $max = -2$

۱۴- مقدار $\sin 15^\circ$, $\cos 15^\circ$ را بیابید.

۱۵- نسبت های مثلثاتی زاویه $5^\circ/2$ را بدست آورید.

۱۶- اگر $\frac{\pi}{5} < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، مقادیر زیر را بدست آورید.

الف) $\sin(2x) =$

ب) $\cos(2x) =$

پ) $\tan(2x) =$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱- معادله های زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن ها را بنویسید.

الف) $\sqrt{13} \sin x - \sqrt{13} = 0$

ب) $\sin(13x) - \sqrt{13} = 0$

پ) $\sin(x) \cos(x) = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ت) $\sin\left(\frac{\pi}{13}\right) = \sin x$

ث) $\sin^2 x - \sin x - 13 = 0$

ج) $\cos x (\cos x - 9) = 5$

چ) $\cos(13x) - \cos x + 1 = 0$

ح) $\cos(13x) - \sin x + 1 = 1$

خ) $\cos x = \cos(13x)$

د) $\cos(13x) + \cos x = 0$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

الف) $\cos(13x) + \sin^2 x = 13$

ب) $\sin^2 x - \sqrt{13} \sin x = 0$

پاسخنامه

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید

- ۱- (غ)
- ۲- (غ)
- ۳- (غ)
- ۴- (غ)
- ۵- (غ)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید

$$-1 \frac{15}{2}$$

$$-2 \frac{2\pi}{3}$$

$$-3 x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$-4 x = 2k\pi + \alpha, x = (2k + 1)\pi - \alpha$$

به سوالات زیر پاسخ کامل دهید

۱- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم هریک از توابع زیر را مشخص کنید.

الف) $y = 3 \sin(2x) - 2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi, \quad \max = |a| + c = 3 - 2 = 1,$

$$\min = -|a| + c = -3 - 2 = -5$$

ب) $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x) \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\pi} = 2, \quad \max = \frac{1}{4}, \quad \min = -\frac{1}{4}$

پ) $y = \frac{1}{2} \sin\left(-\frac{3x}{2}\right) + 1 \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}, \quad \max = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2},$

$$\min = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

ت) $y = -\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4, \quad \max = 1, \quad \min = -1$

ث) $y = -\sin(x) + 4 \rightarrow T = 2\pi, \quad \max = 1 + 4 = 5, \quad \min = -1 + 4 = 3$

ج) $y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi, \quad \max = 3 + 2 = 5, \quad \min = -3 + 2 = -1$

۱۰- با توجه به شکل های زیر، ضابطه تابعی به شکل $y = a \sin(bx) + c$ ، $y = a \cos(bx) + c$ بنویسید.

$$\text{الف) } T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}, \max = |a| + c = 3, \min = -|a| + c = -1$$

$$\rightarrow c = 1, a = 2 \rightarrow y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$$

$$\text{ب) } T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2, \max = |a| + c = 2, \min = -|a| + c = 0$$

$$\rightarrow a = 1, c = 1 \rightarrow y = -\cos(2x) + 1$$

۱۱- ضابطه تابعی به شکل $y = a \sin(bx) + c$ ، $y = a \cos(bx) + c$ بنویسید که دوره تناوب و می نیمم و ماکزیمم آن برابر مقادیر زیر باشد:

$$\text{الف) } T = \frac{\pi}{2}, \min = -2, \max = 4$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 4, \max = |a| + c = 4, \min = -|a| + c = -2$$

$$\rightarrow a = 3, c = 1 \rightarrow y = 3\sin(4x) + 1 \text{ یا } y = 3\cos(4x) + 1$$

$$\text{ب) } T = 6, \min = 1, \max = 7$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 6 \rightarrow |b| = \frac{\pi}{3}, \max = |a| + c = 7, \min = -|a| + c = 1$$

$$\rightarrow a = 3, c = 4 \rightarrow y = 3\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 4 \text{ یا } y = 3\cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 4$$

$$\text{پ) } T = \frac{\pi}{2}, \min = -1, \max = 1$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 4, \max = |a| + c = 1, \min = -|a| + c = -1$$

$$\rightarrow a = 1, c = 0 \rightarrow y = \sin(4x) \text{ یا } y = \cos(4x)$$

$$ت) T = \frac{p}{\nu}, \quad \min = -\lambda, \quad \max = -\nu$$

$$T = \frac{b\pi}{|b|} = \frac{p}{\nu} \rightarrow |b| = \frac{p\pi}{\nu}, \quad \text{,,} \quad \max = |a| + c = -\nu, \quad \min = -|a| + c = -\lambda$$

$$\rightarrow a = p, \quad c = -\lambda \rightarrow y = p \sin\left(\frac{p\pi}{\nu} x\right) - \lambda \quad \text{یا} \quad y = p \cos\left(\frac{p\pi}{\nu} x\right) - \lambda$$

۴- مقدار $\sin 15^\circ$, $\cos 15^\circ$ را بیابید.

$$\sin^2(15^\circ) = \frac{1 - \cos(30^\circ)}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \rightarrow \sin(15^\circ) = \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}}$$

$$\cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \cos(30^\circ)}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \rightarrow \cos(15^\circ) = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}}$$

۵- نسبت های مثلثاتی زاویه 67.5° را بدست آورید.

$$\sin^2(67.5^\circ) = \frac{1 - \cos(135^\circ)}{2} = \frac{1 - \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2} \rightarrow \sin(67.5^\circ) = \sqrt{\frac{1 - \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2}}$$

$$\cos^2(67.5^\circ) = \frac{1 + \cos(135^\circ)}{2} = \frac{1 + \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2} \rightarrow \cos(67.5^\circ) = \sqrt{\frac{1 + \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2}}$$

$$\tan(67.5^\circ) = \frac{\sin(67.5^\circ)}{\cos(67.5^\circ)} = \frac{\sqrt{\frac{1 - \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2}}}{\sqrt{\frac{1 + \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2}}}$$

$$\cot(67.5^\circ) = \frac{\cos(67.5^\circ)}{\sin(67.5^\circ)} = \frac{\sqrt{\frac{1 + \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2}}}{\sqrt{\frac{1 - \frac{-\sqrt{2}}{2}}{2}}}$$

۶- اگر $\frac{14}{5} < \sin x = \frac{9}{5}$ ، $0 < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، مقادیر زیر را بدست آورید.

$$\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x) = 1 - \left(\frac{14}{5}\right)^2 = 1 - \frac{196}{25} = \frac{9}{25} \rightarrow \cos(x) = +\frac{3}{5}$$

الف) $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x = 2 \times \frac{14}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{84}{25}$

ب) $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{14}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} - \frac{196}{25} = -\frac{187}{25}$

پ) $\tan(2x) = \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)} = \frac{\frac{84}{25}}{-\frac{187}{25}} = -\frac{84}{187}$

۶- معادله های زیر را حل کنید و مجموعه جواب آن ها را بنویسید.

الف) $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$

$\rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x_1 = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in Z$

$x_2 = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}, k \in Z$

ب) $2 \sin(2x) - \sqrt{2} = 0$

$\rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 1) 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x_1 = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}, k \in Z$

$2) 2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \rightarrow x_2 = \frac{2k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}, k \in Z$

پ) $2 \times \sin(x) \cos(x) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \sin(2x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow$

1) $2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x_1 = k\pi + \frac{\pi}{8}, k \in Z$

2) $2x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \rightarrow x_2 = k\pi + \frac{3\pi}{8}, k \in Z$

$$c) \sin\left(\frac{\pi}{\nu}\right) = \sin x$$

$$x_1 = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

$$x_2 = (\nu k + 1)\pi - \frac{\pi}{\nu} = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

$$c) \nu \sin^{\nu} x - \sin x - \mu = 0 \rightarrow \nu A^{\nu} - A - \mu = 0$$

$$\Delta = (-1)^{\nu} - 4(\nu)(-\mu) = \nu\mu \rightarrow A = \frac{1 \pm \sqrt{\nu\mu}}{\nu}$$

$A_1 = \sin x = \frac{\mu}{\nu} = \frac{\mu}{\nu}$ قابل قبول نیست
 $A_2 = \sin x = -\frac{\mu}{\nu} = -1$ قابل قبول است

$$x_1 = \nu k\pi + \frac{\nu\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

$$x_2 = (\nu k + 1)\pi - \frac{\nu\pi}{\nu} = \nu k\pi - \pi, \quad k \in Z$$

$$d) \cos x (\nu \cos x - \eta) = \delta$$

$$\nu \cos^{\nu} x - \eta \cos x - \delta = 0 \rightarrow \nu A^{\nu} - \eta A - \delta = 0$$

$$\Delta = (-\eta)^{\nu} - 4(\nu)(-\delta) = \eta^{\nu} \rightarrow A = \frac{\eta \pm \sqrt{\eta^{\nu} + 4\nu\delta}}{\nu}$$

$A_1 = \cos x = \frac{\delta}{\eta} = \frac{\delta}{\eta}$ قابل قبول نیست
 $A_2 = \cos x = -\frac{\delta}{\eta} = -\frac{\delta}{\eta}$ قابل قبول است

$$x = \nu k\pi \pm \frac{\nu\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

$$e) \cos(\nu x) - \cos x + 1 = 0$$

$$\nu \cos^{\nu} x - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow \nu \cos^{\nu} x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x (\nu \cos^{\nu} x - 1) = 0$$

$$1) \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in Z$$

$$2) \nu \cos^{\nu} x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{\nu} \rightarrow x = \nu k\pi \pm \frac{\pi}{\nu}, \quad k \in Z$$

ج) $\cos(\nu x) - \sin x + 1 = 1$

$$1 - \nu \sin^\nu(x) - \sin x + 1 = 1 \rightarrow 1 - \nu \sin^\nu(x) - \sin x = 0 \rightarrow \nu \sin^\nu(x) + \sin x - 1 = 0$$

$$\rightarrow \nu A^\nu + A - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 1 - \nu(\nu)(-1) = 1 + \nu^2 \rightarrow A = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \nu^2}}{\nu}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_1 = \sin x = \frac{-1 + \sqrt{1 + \nu^2}}{\nu} = -1 \text{ قبول قابل است} \rightarrow x_1 = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, x_\nu = \nu k\pi - \frac{\pi}{\nu} \\ A_\nu = \sin x = \frac{-1 - \sqrt{1 + \nu^2}}{\nu} = +\frac{1}{\nu} \text{ قبول قابل است} \rightarrow x_1 = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu}, x_\nu = \nu k\pi + \frac{\pi}{\nu} \end{cases}, k \in Z$$

د) $\cos x = \cos(\nu x)$

$$\nu x = \nu k\pi \pm x \rightarrow \begin{cases} \nu x = \nu k\pi + x \rightarrow x = \nu k\pi, k \in Z \\ \nu x = \nu k\pi - x \rightarrow \nu x = \nu k\pi \rightarrow x = \frac{\nu k\pi}{\nu}, k \in Z \end{cases}$$

د) $\cos(\mu x) + \cos x = 0$

$$\cos(\mu x) = -\cos x \rightarrow \cos(\mu x) = \cos(\pi - x) \rightarrow \mu x = \nu k\pi \pm (\pi - x)$$

$$\begin{cases} \mu x = \nu k\pi + \pi - x \rightarrow \nu x = (\nu k + 1)\pi \rightarrow x = \frac{(\nu k + 1)\pi}{\nu}, k \in Z \\ \mu x = \nu k\pi - (\pi - x) \rightarrow \nu x = \nu k\pi - \pi \rightarrow x = \frac{(\nu k - 1)\pi}{\nu}, k \in Z \end{cases}$$

۷- معادله های زیر را حل کنید و جواب های متعلق به بازه $[0, \nu\pi]$ را بدست آورید.

الف) $\cos(\nu x) + \nu \sin^\nu x = \nu$

$$1 - \nu \sin^\nu(x) + \nu \sin^\nu x = \nu \rightarrow \nu \sin^\nu x = 1 \rightarrow \sin^\nu x = \frac{1}{\nu} \rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{\nu}}{\nu}$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow x = \frac{\pi}{\nu}, \frac{\nu\pi}{\nu} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow x = \frac{\pi}{\nu}, \frac{\nu\pi}{\nu} \end{cases}$$

ب) $\nu \sin^\nu x - \sqrt{\nu} \sin x = 0$

$$\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi, k \in Z$$

$$\sin x (\nu \sin x - \sqrt{\nu}) = 0 \rightarrow \begin{cases} \nu \sin x - \sqrt{\nu} = 0 \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{\nu}}{\nu} \rightarrow x = \frac{\pi}{\nu}, \frac{\nu\pi}{\nu} \end{cases}$$